14. Арифметические и геометрические прогрессии

Арифметические прогрессии

Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом ($a_{n+1}=a_n+d$).

$$\underset{a_1}{1} \xrightarrow[+d]{+4} \underset{a_2}{5} \xrightarrow[+d]{+4} \underset{a_3}{9} \xrightarrow[+d]{+4} \underset{a_4}{13} \xrightarrow[+d]{+4} \underset{a_5}{17}$$

d – разность арифметической прогрессии:

$$d=a_{n+1}-a_n,\ \text{т. е. } d=a_2-a_1=a_3-a_2=a_4-a_3=\dots$$

$$a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$$

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.

Формула n-го члена арифметической прогрессии: $a_n=a_1+d(n-1)$.

Сумма первых n членов арифметической прогрессии: $S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$.

Геометрическая прогрессии

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и тоже не равное 0 число ($b_{n+1}=b_n\cdot q$).

$$\underset{b_1}{2} \xrightarrow[\cdot q]{\cdot 3} \underset{b_2}{6} \xrightarrow[\cdot q]{\cdot 3} \underset{b_3}{18} \xrightarrow[\cdot q]{\cdot 3} \underset{b_4}{54} \xrightarrow[\cdot q]{\cdot 3} \underset{b_5}{162}$$

q – знаменатель геометрической прогрессии:

$$q=\frac{b_{n+1}}{b_n},\ \text{т. е. } q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{b_3}{b_2}=\frac{b_4}{b_3}=\dots$$

$$b_n=\sqrt{b_{n-1}\cdot b_{n+1}}$$

Если все члены геометрической прогрессии положительны, то каждый член прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов.

Формула n-го члена геометрической прогрессии: $b_n=b_1\cdot q^{n-1}$.

Сумма первых n членов геометрической прогрессии ($q\neq 1$): $S_n=\frac{(q^n-1)\cdot b_1}{q-1}$.